3e **Contrôle commun de mathématiques** **6 / 12 / 2011**

Éléments de correction

Durée : 50 minutes *L'usage de la calculatrice est autorisé.*

Soin, présentation, orthographe, rédaction : ***1 point***

Exercice 1 ***(5 points ; une bonne réponse apporte 0,5 point ; une réponse fausse ou une absence de réponse n'enlève aucun point) .***

1) C $10^{-2} \times 10^{7} = 10^{-2+7}$; $10^{-2} \times 10^{7} = 10^{5}$

2) B 774 et 338 sont pairs ; 1 035 et 774 sont multiples de 3 (1 + 0 + 3 + 5 = 9 et 7 + 7 + 4 = 18) ; il reste 63 et 44 qui conviennent ($63 = 3 \times 3 \times 7$ et $44 = 2 \times 2 \times 11$).

3) C $1{,}52 \times 10^{3}$ est le produit d'un nombre écrit avec exactement un chiffre non nul devant la virgule et d'une puissance de dix.

4) A $\frac{1}{9} + \frac{1}{6} = \frac{1 \times 2}{9 \times 2} + \frac{1 \times 3}{6 \times 3} = \frac{2}{18} + \frac{3}{18} = \frac{2+3}{18} = \frac{5}{18}$

5) B $\frac{5}{7} + \frac{1}{7} \times \frac{4}{3} = \frac{5}{7} + \frac{1 \times 4}{7 \times 3} = \frac{5 \times 3}{7 \times 3} + \frac{4}{21} = \frac{15+4}{21} = \frac{19}{21}$

6) C $(3x-2)(x+5) = 3x \times x + 3x \times 5 - 2 \times x - 2 \times 5$
$= 3x^{2} + 15x - 2x - 10$
$= 3x^{2} + 13x - 10$

7) B $-2x^{2} = -2 \times 3^{2} = -2 \times 9 = -18$

8) A $5^{4} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$

9) C $\frac{3}{7} \times 5 = \frac{3}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{3 \times 5}{7 \times 1} = \frac{15}{7}$

10) B $BC^{2} = AB^{2} - AC^{2}$; $BC^{2} = 30^{2} - 24^{2}$; $BC^{2} = 324$; $BC = \sqrt{324}$; $BC = 18$

Exercice 2 ***(2 points)*** On note x le nombre choisi.

Alice lui soustrait 3, et obtient $x - 3$; Sophia le divise par 3, et obtient $\frac{x}{3}$.

Les résultats sont égaux : $x - 3 = \frac{x}{3}$. Résolvons cette équation :

On multiplie chaque membre par 3	$3\,(x - 3) = \frac{x}{3} \times 3$
On développe et on simplifie	$3 \times x - 3 \times 3 = x$
On soustrait x à chaque membre	$2x - 9 = 0$
On ajoute 9 à chaque membre	$2x = 9$
On divise chaque membre par 2	$x = 4{,}5$

L'équation a une solution : 4,5 . Le nombre choisi au départ est 4,5.

Problème ***(12 points)*** Les travaux d'aménagement de Gérard Menfrois.

A. L'isolation d'un mur.

A.1. ***(2,5 points)*** Calcul du PGCD des nombres 330 et 270.

- méthode 1 : avec les listes de diviseurs :

  diviseurs de 330 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 11 ; 15 ; 22 ; 30 ; 33 ; 55 ; 66 ; 110 ;165 ; 330.
  diviseurs de 270 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 15 ; 18 ; 27 ; 30 ; 45 ; 54 ; 90 ; 135 ; 270.
  diviseurs communs à 330 et 270 : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 ; 30.
  D'où : PGCD (330 ; 270) = 30.

- méthode 2 : avec l'algorithme d'Euclide :

  si r est le reste de la division euclidienne de a par b , alors PGCD (a ; b) = PGCD (b ; r) .

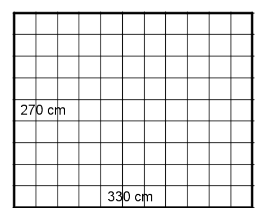
  $$330 = 270 \times 1 + 60$$
  $$270 = 60 \times 4 + 30$$
  $$60 = 30 \times 2 + 0$$

  donc PGCD (330 ; 270) = 30.

- méthode 3 : avec les décompositions en produits de nombres premiers :

  $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$ et $270 = 2 \times 3^3 \times 5$;
  donc PGCD (330 ; 270) = $2 \times 3 \times 5$; PGCD (330 ; 270) = 30.

A.2. ***(3,5 points)*** Les plaques sont carrées, toutes identiques ; notons c la longueur de leur côté.
Gérard Menfrois ne veut pas de découpe, donc le côté c est un diviseur de 330 et de 270.
Comme il souhaite utiliser le moins de plaques possibles, les plaques sont les plus grandes possible, et c est donc le plus grand diviseur commun à 270 et 330.

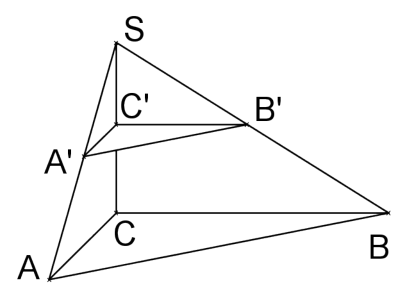


A. 2. a) D'après A.1), c = 30 cm.

A. 2. b) Nombre N_h de plaques par hauteur : $N_h = 270 : 30 = 9$
Nombre N_l de plaques par longueur : $N_l = 330 : 30 = 11$
Nombre N de plaques nécessaires : $N = N_h \times N_l = 9 \times 11 = 99$.

Gérard Menfrois a besoin de 99 plaques carrées de côté 30 cm.

B. La pose d'étagères.



B.1. ***(2 points)*** On considère le triangle ABC ;
AB = 156 cm ; AC = 60 cm ; BC = 144 cm.
AB est le plus long côté.

$AB^2 = 156^2$	$AC^2 + BC^2 = 60^2 + 144^2$
$= 24\ 336$	$= 24\ 336$

$AB^2 = AC^2 + BC^2$, donc d'après la réciproque du théorème de Pythagore, l'angle $\widehat{ACB}$ est droit.

B.2. ***(4 points)*** Calcul de SC'.

Dans le triangle SBC : $B' \in [SB]$
$C' \in [SC]$
$(B'C') // (BC)$

D'après le théorème de Thalès : $\dfrac{SB'}{SB} = \dfrac{SC'}{SC} = \dfrac{B'C'}{BC}$.

Remplaçons : $\left(\dfrac{SB'}{SB} = \right) \dfrac{SC'}{90} = \dfrac{28{,}8}{144}$; d'où $SC' = \dfrac{28{,}8}{144} \times 90$; SC' = 18 cm.