ACTIVITÉS NUMÉRIQUES *(11,5 points)*

Exercice 1 ***(3 points)*** Questionnaire à choix multiples (QCM).

N°1 : D. $\frac{4}{3}-\frac{4}{3}\times\frac{27}{4}=\frac{4}{3}-\frac{4\times27}{3\times4}=\frac{4}{3}-\frac{27}{3}=\frac{4-27}{3}=-\frac{23}{3}$

N°2 : A. $\sqrt{25}+\sqrt{169}=5+13=18$

N°3 : B. $2\times10^{-3}\times10^{5}=2\times10^{-3+5}=2\times10^{2}$

N°4 : C.

$3\sqrt{20}+\sqrt{45}=3\sqrt{4\times5}+\sqrt{9\times5}=3\sqrt{4}\times\sqrt{5}+\sqrt{9}\times\sqrt{5}=3\times2\times\sqrt{5}+3\times\sqrt{5}=(6+3)\sqrt{5}=9\sqrt{5}$

N°5 : D.

$(x-1)(x-2)-x^2=x\times x-x\times2-1\times x+1\times2-x^2=x^2-2x-x+2-x^2=-3x+2$

N°6 : C. $(5\sqrt{2})^2=(5\sqrt{2})\times(5\sqrt{2})=5\times5\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=25\times2=50$

Exercice 2 ***(3 points)*** Au cinéma CINE3D, les enfants paient demi-tarif et les adultes paient plein tarif.

1. Deux adultes et cinq enfants ont payé au total 31,50 €. Un groupe composé de quatre adultes et dix enfants paiera deux fois plus, car il y a deux fois plus d'enfants et deux fois plus d'adultes (4 : 2 = 2 et 10 : 5 = 2) ; comme $2\times31{,}50=63$, le groupe paiera 63 €.

2. Prix payé par un adulte.

On note x le prix payé par un adulte, en €. Un enfant paie alors x / 2, et deux adultes et cinq enfants paient $2x+\frac{5}{2}x=\frac{9}{2}x$. On a donc $\frac{9}{2}x=31{,}50$. D'où $x=31{,}50\times\frac{2}{9}$; $x=7$.

Un adulte paie 7 €.

Exercice 3 ***(5,5 points)***

1. Liste des diviseurs de 84 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 7 ; 12 ; 14 ; 21 ; 28 ; 42 ; 84.
   Liste des diviseurs de 60 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 10 ; 12 ; 15 ; 20 ; 30 ; 60.
   Liste des diviseurs communs aux deux nombres 84 et 60 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12.

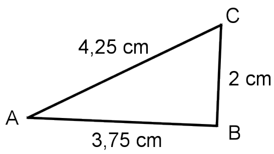
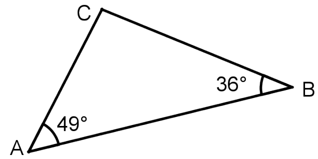
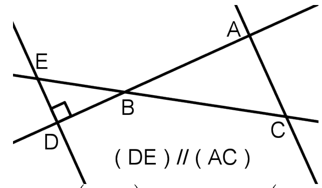
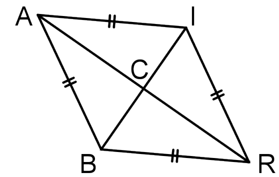
2. a. Tous les élèves participent, et tous les groupes ont la même composition. Donc le nombre de groupes divise le nombre de filles et le nombre de garçons : c'est un diviseur de 84 et de 60.
D'après la question 1., on peut ainsi former 1; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ou 12 groupes.

2. b.

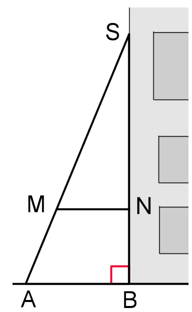
Nombre de groupe(s)	Nombre de filles par groupe	Nombre de garçons par groupe	Nombre total d'élèves par groupe
1	84	60	144
2	42	30	72
3	28	20	48
4	21	15	36
6	14	10	24
12	7	5	12

ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES *(14,5 points)*

Exercice 1 ***(5 points)***

Figure 1	*Figure 2*	*Figure 3*	*Figure 4*
		 $B \in (EC)$ et $B \in (DA)$	
$4{,}25^2 = 18{,}062\ 5$ $3{,}75^2 + 2^2 = 18{,}062\ 5$	$180 - (49 + 36) = 95$	Si deux droites sont parallèles, alors toute perpendiculaire à l'une est perpendiculaire à l'autre.	Si un quadrilatère a quatre côtés de même longueur, alors ses diagonales sont perpendiculaires.
Le triangle ABC est rectangle en B.	Le triangle ABC n'est pas rectangle.	Le triangle ABC est rectangle en A.	Le triangle ABC est rectangle en C.

Exercice 2 ***(7,5 points)***



1. La longueur AS.

Le triangle SAB est rectangle en B. Son hypoténuse est [AS].

D'après le théorème de Pythagore, on a : $AS^2 = BA^2 + BS^2 = 2{,}5^2 + 6^2 = 42{,}25$

AS est une longueur, donc un nombre positif.

$AS = \sqrt{42{,}25}$; AS = 6,5 m.

2. Une mesure de l'angle $\widehat{SAB}$.

Le triangle SAB est rectangle en B ;

$\cos \widehat{SAB} = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{SAB}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$; $\cos \widehat{SAB} = \dfrac{AB}{SA}$; $\cos \widehat{SAB} = \dfrac{2{,}5}{6{,}5}$;

$\widehat{SAB} \approx 67°$ (mesure arrondie au degré).

3. Position relative des droites (MN) et (AB).

Les points S, M et A sont alignés ; les points S, N et B sont alignés dans le même ordre.

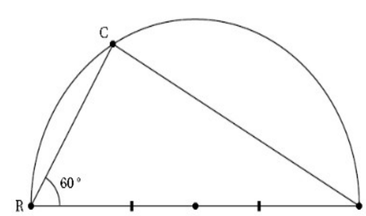
Je calcule : $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{4{,}55}{6{,}5} = 0{,}7$ et $\dfrac{SN}{SB} = \dfrac{6 - 1{,}8}{6} = 0{,}7$.

Je compare : $\dfrac{SM}{SA} = \dfrac{SN}{SB}$.

Je conclus : d'après la réciproque du théorème de Thalès, (MN) // (AB).

La traverse [MN] est bien parallèle au sol.

Exercice 3 ***(2 points)***



1. Nature du triangle PRC. Le triangle PRC est inscrit dans le cercle de diamètre [PR] .

Or, si un triangle est inscrit dans un cercle de diamètre un de ses côtés, alors il est rectangle, et ce côté est son hypoténuse.

Donc le triangle PRC est rectangle en C.

2. La longueur RC.

Dans le triangle PRC rectangle en C, $\cos \widehat{PRC} = \dfrac{\text{longueur du côté adjacent à l'angle } \widehat{PRC}}{\text{longueur de l'hypoténuse}}$;

$\cos \widehat{PRC} = \dfrac{RC}{RP}$; $\cos 60° = \dfrac{RC}{3\ 000}$; $RC = 3\ 000 \times \cos 60°$; RC = 1 500 brasses.

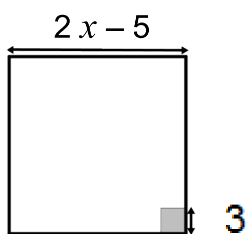
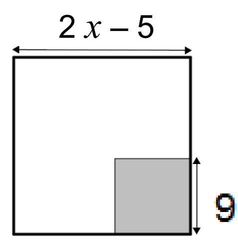
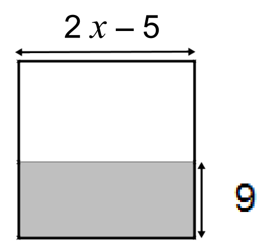
PROBLÈME *(12,5 points)*

Partie A. ***(4,5 points)*** Tom propose à Léa le programme de calcul suivant :

- choisir un nombre x
- soustraire 5 au double de x
- calculer alors le carré du nombre obtenu
- soustraire 9 au résultat.

1. Léa choisit le nombre 3 ; elle soustrait 5 au double de 3 : $2 \times 3 - 5 = 1$;
elle élève au carré le nombre obtenu : $1^2 = 1$;
puis elle soustrait 9 au résultat : $1 - 9 = -8$.
Léa trouve – 8 si elle choisit 3.
2. L'expression qui correspond au programme de calcul de Tom est $b(x) = (2x - 5)^2 - 9$.
3. $b(x) = (2x - 5)^2 - 9 = (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 - 9 = 4x^2 - 20x + 16$.
4. a. $b(1) = (2 \times 1 - 5)^2 - 9 = (-3)^2 - 9 = 9 - 9 = 0$
$e(1) = 4(1 - 3)(1 - 1) = 0$
Donc l'égalité $b(1) = e(1)$ est vraie.
4. b. L'égalité pour un cas particulier ne prouve pas le cas général ; Léa a tort.

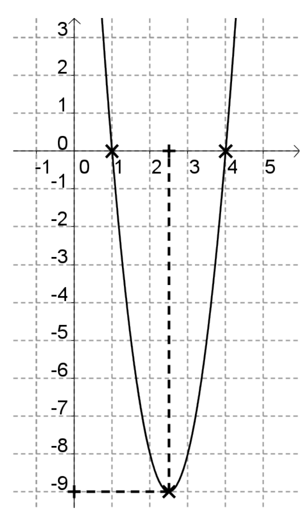
Partie B. ***(4,5 points)***

Situation S_1	Situation S_2	Situation S_3
		

1. On résout l'équation $2x - 5 = 11$.
$2x = 16$
$x = 8$
L 'équation a une solution : 8. Le côté du carré est égal à 11 si x est égal à 8.

Calcul des aires restantes pour un carré de côté 11 :
situation S_1 : $11^2 - 3^2 = 112$; situation S_2 : $11^2 - 9^2 = 40$;
situation S_3 : $11^2 - 11 \times 9 = 22$.

2. L'expression $(2x - 5)^2 - 9$ correspond à l'aire de la partie restante pour la situation S_1 .



Partie C. ***(3,5 points)***

1. Lecture graphique. L'image du nombre 2,5 par la fonction f est -9.
2. Lecture graphique. Les antécédents de 0 par la fonction f sont 1 et 4.
3. $f(\sqrt{2}) = 4 \times \sqrt{2}^2 - 20 \times \sqrt{2} + 16 = 8 - 20\sqrt{2} + 16 = -20\sqrt{2} + 24$.
4. $f\left(\frac{1}{3}\right) = 4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 - 20 \times \frac{1}{3} + 16 = \frac{4}{9} - \frac{20 \times 3}{9} + \frac{16 \times 9}{9} = \frac{88}{9}$.