

Durée : 2 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte trois pages. Il est à rendre avec la copie.

Les neuf exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Sauf précision du contraire, TOUTES les réponses devront être justifiées.

Toute trace de recherche, même inaboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soin, présentation, orthographe, rédaction : 1 point

Exercice 1 (5 points) 1) Donner l'arrondi au centième de $\sqrt{2013}$.

2) a) Léa calcule 2013^2 avec sa calculatrice. Quel résultat trouve-t-elle ?

b) Théo a oublié sa calculatrice. Il utilise une identité remarquable et écrit $2013^2 = 4\,000\,169$.

Quelle erreur a-t-il commise ?

3) Décomposer 2013 en produit de trois nombres premiers.

4) Calculer PGCD (2012 ; 2013).

5) L'affirmation suivante est-elle vraie ?

"Le PGCD de deux nombres entiers consécutifs est toujours égal à 1".

Exercice 2 (5 points)

1) On donne le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre.
- L'élever au carré.
- Multiplier le résultat par 3.
- Ajouter 2.

a) Arthur choisit le nombre 4. Quel résultat obtient-il ?

b) On appelle x le nombre de départ. Exprimer le résultat final en fonction de x .

c) Amina obtient 1 325. Peut-on connaître de façon certaine son nombre de départ ?

d) Mona obtient 0. Amina lui dit qu'il y a au moins une erreur dans son travail. A-t-elle raison ?

2) On pose $A = (x-1)^2 + x^2 + (x+1)^2$. Développer et réduire A.

3) Déterminer trois nombres entiers positifs consécutifs dont la somme des carrés est 1 325.

Exercice 3 (3 points) Pour chacune des questions suivantes, une seule des réponses est exacte.

Cocher la bonne réponse - et uniquement celle-là -, sans justification.

Une réponse fautive ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Pour les questions 1 à 3, on considère la fonction f définie par $f(x) = (-1+x)(x+3)$.

1. L'image de 3 par f est : 12 $2(x+3)$ -24

2. Un antécédent de -4 par f est 0 -1 -2

3. L'image de $1 - \sqrt{2}$ par f est : $2 - 4\sqrt{2}$ $2 + 2\sqrt{2}$ $2 + 3\sqrt{2}$

Les questions suivantes sont indépendantes.

4. Soit la fonction g définie par $g(x) = -2x^2$. -2 est image de : 0 1 et -1 2

5. Soit la fonction $h : x \rightarrow 4 - x^2$. -1 a pour image : 5 3 6

6. Soit k la fonction telle que $k(x) = \sqrt{x-1}$. Alors : 5 a pour image -2 par k
 0 n'a pas d'image par k
 2 est l'image de -3 par k

Exercice 4 (4,5 points)

1) Calculer, en écrivant des étapes : a) $\frac{3,9 \times (10^{-3})^2}{3 \times 10^{-7}}$; b) $\left(2 + \frac{2}{3}\right) : \left(\frac{4}{5} - \frac{2}{3}\right)$; c) $\frac{4 \times \sqrt{24}}{\sqrt{6}}$.

2) Écrire les listes des diviseurs de 35 et 12 ; en déduire le plus grand diviseur commun de 35 et 12.

3) On construit un codage de la façon suivante :

A est codé par 1 ; B est codé par 2 ; ... ; Z est codé par 26.

a) Quelle est la lettre codée par 13 ?

b) Les résultats des questions 1) et 2) donnent, dans le désordre, le début du nom du métier que Sophie aimerait exercer plus tard. Quel est-il ?

Exercice 5 (2 points)

Voici les distances qui séparent l'étoile Star de trois planètes :

planète Alpha : 105×10^6 km ; planète Bêta : $2\,250 \times 10^8$ m ; planète Gamma : $1,5 \times 10^{13}$ cm .
Parmi ces trois planètes, quelle est celle qui est la plus éloignée de l'étoile Star ?

Exercice 6 (5,5 points)

PSGM est un quadrilatère. Ses diagonales se coupent en O.
On a : OP = 3,2 cm ; OS = 2 cm ; OG = 4,8 cm et OM = 3 cm.

1) On suppose que $\widehat{POM} = 50^\circ$.

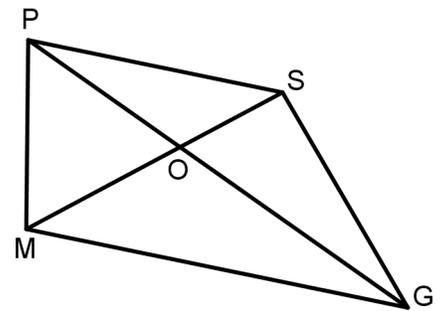
a) Construire la figure.

b) Les droites (SP) et (MG) sont-elles parallèles ?

2) On suppose maintenant que $\widehat{POM} = 90^\circ$.

Les droites (SP) et (MG) sont-elles encore parallèles ?

3) Peut-on trouver une valeur de \widehat{POM} pour que PSGM soit un rectangle ?



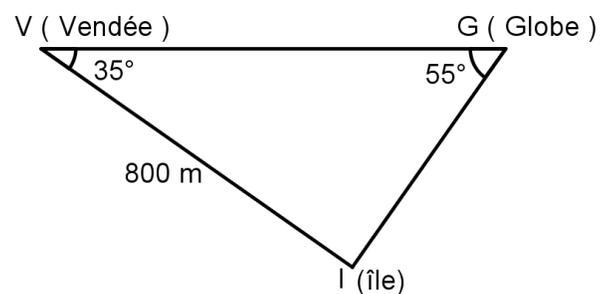
Exercice 7 (5 points)

Les voiliers Vendée et Globe sont au large d'une île et vont la rejoindre pour y passer la nuit.

On peut schématiser leurs positions V et G comme figuré ci-contre.

Sachant que le voilier Vendée est à 800 m de l'île,

déterminer au mètre près
la distance séparant Globe de l'île
et la distance entre les deux voiliers.



Exercice 8 (3 points)

Confortablement installée au fond de la classe, Mathilde recopie l'énoncé de l'exercice à chercher pour le prochain cours. Arrivée chez elle, elle le communique à son ami Mathias, qui était absent :

"Soit MAT un triangle. On sait que MA = 8 mm; MT = 15 mm et AT = 17 mm.

Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle MAT."

Peu après Mathias rappelle Mathilde pour lui dire qu'elle s'est sans doute trompée en recopiant l'énoncé, car l'exercice lui semble impossible.

Mathilde rétorque qu'il suffit de prouver que le triangle est rectangle, puis de diviser une longueur par deux pour trouver la réponse.

Qui a raison ?

Exercice 9 (6 points) Le lancer de poids

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes et peuvent être traitées séparément.

Le lancer de poids est une discipline sportive consistant à lancer un poids le plus loin possible à partir d'une zone circulaire.

Partie I - La zone de lancer

Pour effectuer son lancer, l'athlète doit prendre son élan dans un cercle de 2,14 m de diamètre. Pour être valable, le poids doit tomber à l'intérieur d'un secteur de chute délimité par deux lignes inscrites sur le sol et formant un angle de 35° . (Voir schéma ci-contre).



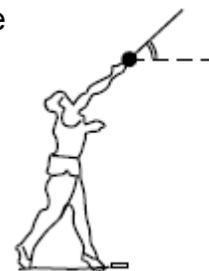
1. Représenter le cercle de lancer et le secteur de chute à l'échelle 1/25.
2. L'intérieur du cercle de lancer doit être revêtu d'un matériau dur non glissant.
Calculer l'aire du disque délimité par le cercle de lancer (arrondir au cm^2) .

Partie II - Trajectoires

Pour une même impulsion, la longueur du jet du poids varie en fonction de l'angle de lancer (voir schéma ci-contre).

Les trois courbes ci-dessous représentent la hauteur (en m) en fonction de la distance horizontale (en m) parcourue par le poids.

Les courbes (C_1) , (C_2) et (C_3) correspondent à des angles de lancer respectifs de 60° , 40° et 10° .



Par lecture graphique répondre le plus précisément possible aux questions suivantes :

1. À quelle hauteur le poids est-il lâché ?
2. Pour quel angle de lancer la longueur du jet est-elle la plus grande ?
Quelle est alors la distance obtenue pour ce lancer ?
3. Pour quel angle de lancer, le poids monte-t-il le plus haut ?
Quelle est alors la hauteur maximale atteinte par le poids ?

