3e Brevet blanc – Mathématiques – Éléments de correction 3 / 2 / 2015

Durée : 2 heures *L'usage de la calculatrice est autorisé.*
Soin, présentation, orthographe, rédaction : ***4 points*** *Note finale sur* ***40 points***

Exercice 1 ***(3 points)***

1. On vérifie aisément que seule la réponse **c.** 6 € convient (alors un adulte paie 6 + 4 = 10 €, et la somme totale est bien $100 \times 10 + 50 \times 6 = 1\,300$ €).

2. Un calcul direct montre que la bonne réponse est la réponse **c.** 14 :
l'aire du rectangle est donnée par le produit Longueur $\times$ largeur , soit ici
$$AE \times AD = (AB + BE) \times AD = (\sqrt{15} - 1 + 2)(\sqrt{15} - 1) = (\sqrt{15} + 1)(\sqrt{15} - 1) = \sqrt{15}^2 - 1^2 = 15 - 1 = 14$$

Exercice 2 ***(2,5 points)***

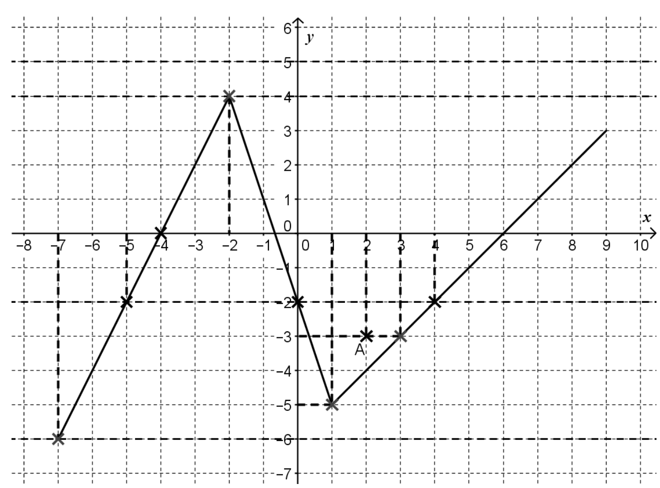
1. La dose ne doit pas dépasser 70 mg par jour ;
comme 100 > 70, la posologie n'est pas respectée pour Stéphane.

2. Surface corporelle de Gisèle: $S_{Gisèle} = \sqrt{\dfrac{105 \times 18}{3\,600}} = \sqrt{\dfrac{21}{40}}$ m^2 ; $S_{Gisèle} \approx 0{,}72$ m^2 (arrondi au 100e)

3. La posologie est de 70 mg par mètre carré (sans dépasser 70 mg par jour), ce qui donne ici $\sqrt{\dfrac{21}{40}} \times 70 \approx 50{,}7$ mg . Comme 50,7 ≈ 50, on peut considérer que la posologie a bien été respectée.

Remarque : en reprenant la valeur **approchée** obtenue à la question **2.** , nous calculons $0{,}72 \times 70 = 50{,}4$ mg ; la conclusion est la même.

Exercice 3 ***(6,5 points)***



1.

x	− 7	− 2	1	3
$f(x)$	− 6	4	− 5	− 3

2. a. Placer le point A de coordonnées (2 ; − 3).
b. Le point A appartient-il à la représentation graphique de f ? Visiblement non !

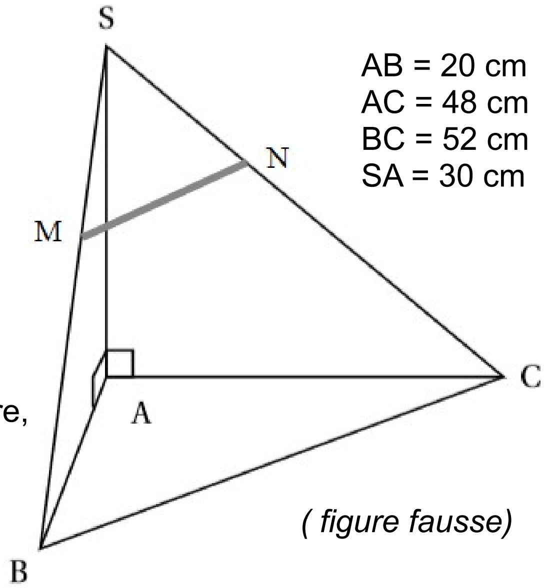
3. a. Par la fonction f, le nombre − 4 semble avoir pour image(s) le nombre 0.

b. Par la fonction f, le nombre − 2 semble avoir pour antécédent(s) les nombres − 5; 0 et 4.

c. Par la fonction f, le nombre 5 *(par exemple)* n'a pas d'antécédent.

Exercice 4 ***(9 points)***

1. a. Nature du triangle ABC



AB = 20 cm
AC = 48 cm
BC = 52 cm
SA = 30 cm

(figure fausse)

Le plus long côté est [BC].

♦ Je calcule : d'une part : $BC^2 = 52^2 = 2\,704$ | d'autre part : $AB^2 + AC^2 = 20^2 + 48^2 = 2\,704$

♦ Je compare : $BC^2 = AB^2 + AC^2$,

♦ Je conclus : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en A.

b. *Remarque : comme on connaît les trois longueurs, on utilise au choix sinus, cosinus ou tangente pour calculer une première mesure ;*
pour calculer la seconde on continue avec la trigonométrie ou bien on utilise la propriété « La somme des mesures des angles d'un triangle est égale à 180° »
ou encore « Les angles aigus d'un triangle rectangle sont complémentaires ».

Dans le triangle ABC rectangle en A, $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{AB}{BC}$; $\cos \widehat{ABC} = \dfrac{20}{52}$; $\widehat{ABC} \approx 67°$ (arrondi au degré)

On en déduit $\widehat{ACB} = 90 - \widehat{ABC}$; $\widehat{ACB} \approx 90 - 67$; $\widehat{ACB} \approx 23°$ (arrondi au degré)

2. a. Pour calculer SB, Sophie utilise le théorème de Pythagore dans le triangle ABS rectangle en A ; pour calculer SC, elle l'utilise dans le triangle ACS rectangle en A.

b. Position relative des droites (MN) et (BC) $M \in [SB]$; SM = 12 cm ; $N \in [SC]$; SN = 19 cm

♦ Je calcule : d'une part : $\dfrac{SM}{SB} = \dfrac{12}{10\sqrt{13}}$, $\dfrac{SM}{SB} \approx 0{,}332$ (arrondi au millième) | d'autre part : $\dfrac{SN}{SC} = \dfrac{19}{6\sqrt{89}}$, $\dfrac{SN}{SC} \approx 0{,}335$ (arrondi au millième)

♦ Je compare : $\dfrac{SM}{SB} \neq \dfrac{SN}{SC}$

♦ Je conclus : les droites (MN) et (BC) ne sont pas parallèles (sinon d'après le théorème de Thalès il y aurait égalité – ou : d'après la contraposée du théorème de Thalès), et la ficelle n'est pas « parallèle » à (BC).

Exercice 5 ***(4,5 points)***

1. $A = \sqrt{2} \times \sqrt{32} = \sqrt{2 \times 32} = \sqrt{64} = \underline{8}$; $B = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = \underline{10}$; $C = \sqrt{2{,}25} \times 6 = 1{,}5 \times 6 = \underline{9}$;

$D = -2\sqrt{63} + 4\sqrt{28} = -2\sqrt{9 \times 7} + 4\sqrt{4 \times 7} = -2 \times \sqrt{9} \times \sqrt{7} + 4\sqrt{4} \times \sqrt{7} = -2 \times 3\sqrt{7} + 4 \times 2\sqrt{7}$
$D = -6\sqrt{7} + 8\sqrt{7} = \underline{2\sqrt{7}}$;

$E = (3 - \sqrt{5})^2 + (3 + \sqrt{5})^2 = 3^3 - 2 \times 3 \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2 + 3^2 + 2 \times 3 \times \sqrt{5} + \sqrt{5}^2$
$E = 9 - 6\sqrt{5} + 5 + 9 + 6\sqrt{5} + 5 = \underline{28}$

2. Les nombres précédents sont tous entiers sauf $\underline{D = 4\sqrt{7}}$.

Exercice 6 ***(5 points)*** **1. a.** On calcule : $5 \times 7 + 1 = \underline{36}$

b. Comme $36 = 9 \times 4$, Jean a raison pour cet exemple.

2. Étude tableur. **a.** D'après le tableau, en prenant comme premier nombre impair 17 on obtient 324.

b. Comme $324 = 81 \times 4$, cet entier est un bien un multiple de 4.

c. En D3 on a pu écrire la formule 1 : = (2*A3+1)*(2*A3+3) ou la formule 3 : = B3*C3 .

3. Étude algébrique

a.
$$\begin{aligned}(2x+1)(2x+3)+1 &= 2x \times 2x + 2x \times 3 + 1 \times 2x + 1 \times 3 + 1\\ &= 4x^2 + 6x + 2x + 3 + 1\\ &= \underline{4x^2 + 8x + 4}\end{aligned}$$

b.
$$\begin{aligned}(2x+1)(2x+3)+1 &= 4x^2 + 8x + 4\\ &= 4 \times x^2 + 4 \times 2x + 4 \times 1\\ &= \underline{4(x^2 + 2x + 1)}\end{aligned}$$

Comme x est un nombre entier, $x^2 + 2x + 1$ est aussi entier.
Le résultat obtenu est donc bien toujours un multiple de 4, Jean avait raison.

Exercice 7 ***(5,5 points)***

1. La piscine « ronde » a une emprise au sol de : $A_{disque} = \pi R^2 = \pi \times 1{,}7^2 = 2{,}89\,\pi \approx 9{,}08 \text{ m}^2$, soit moins de 10 m² : pas de formalité.

   La piscine « octogonale » a une emprise au sol de :
   $A_{octogone} = 2\sqrt{2} \times R^2 = 2\sqrt{2} \times \left(\dfrac{4{,}40}{2}\right)^2 = 9{,}62\sqrt{2} \approx 13{,}69 \text{ m}^2$, soit plus de 10 m² :
   il faudra une démarche administrative.

2. Pour quatre personnes il est conseillé une surface minimale de $4 \times 3{,}4 = \underline{13{,}6 \text{ m}^2}$,
   donc la piscine « ronde » est trop petite (car $A_{disque} < 13{,}6$) et la piscine « octogonale » est juste suffisante (car $A_{octogone} > 13{,}6$).
   Il faut donc choisir la piscine « octogonale ».

3. *Remarque . Plusieurs études sont ici possibles.*

La piscine « octogonale » a un volume de $2\sqrt{2} \times \left(\dfrac{4{,}40}{2}\right)^2 \times 1{,}2 = 11{,}616\sqrt{2} \approx \underline{16{,}43 \text{ m}^3}$.

L'eau coule pendant 10 + 10 = 20 h, soit $20 \times 60 = \underline{1\,200 \text{ min}}$;
avec un débit de 12 litres par minute la piscine s'est remplie de $12 \times 1\,200 = 14\,400$ litres ,
soit $\underline{14{,}4 \text{ m}^3}$: elle ne sera donc pas pleine .

Calcul de la différence h entre la hauteur atteinte et le bord de la piscine.

$$h = \frac{\text{Volume}_{\text{Piscine}} - \text{Volume}_{\text{Eau}}}{\text{Aire}_{\text{Piscine}}} \quad ; \quad h = \frac{11{,}616\sqrt{2} - 14{,}4}{2\sqrt{2} \times \left(\dfrac{4{,}40}{2}\right)^2} \quad ; \quad \underline{h \approx 0{,}15 \text{ m}}$$