3e Brevet blanc – Mathématiques – Éléments de correction 1 / 2 / 2017

Durée : 2 heures *L'usage de la calculatrice est autorisé.*
Soin, présentation, orthographe, rédaction : ***5 points*** *Note finale sur* ***50 points***

Exercice 1 ***(5 points)***

	Questions	Réponses proposées		
		A	B	C
1	Si une voiture roule à une allure régulière de 60 km/h, quelle distance va-t-elle parcourir en 1 h 10 min ?	110 km	**70 km**	66 km
2	Dans la salle 1 du cinéma, il y a 200 personnes dont 40 % sont des femmes. Dans la salle 2, sur les 160 personnes, 50 % sont des femmes. Quelle affirmation est vraie?	Il y a plus de femmes dans la salle 1.	Il y a plus de femmes dans la salle 2.	**Il y a autant de femmes dans les deux salles.**
3	Quelle est l'aire d'un carré dont les côtés mesurent 10 cm ?	10 cm²	**1 dm²**	1 m²
4	1² + 2² + 3² = ?	32	**14**	12
5	Quelle est la solution de l'équation $2x + 4 = 5x - 2$?	$3x$	0	**2**

Exercice 2 ***(2 points)*** $A = 2 \times 10^3 + 1 \times 10^1 + 7 \times 10^0 + 1 \times 10^{-2} + 2 \times 10^{-4}$

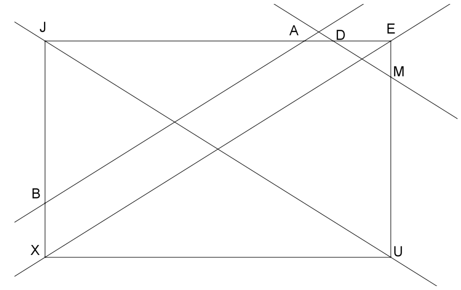
1. Forme décimale : $A = 2\ 017{,}0102$ 2. Écriture scientifique : $A = 2{,}0170102 \times 10^3$

3. Somme d'un nombre entier et d'une fraction positive inférieure à 1 :

$A = 2\ 017 + \dfrac{102}{10\ 000}$ ou encore $A = 2\ 017 + \dfrac{51}{5\ 000}$ ou ...

4. Produit d'un nombre entier par une puissance de 10 : $A = 20\ 170\ 102 \times 10^{-4}$ ou ...

Exercice 3 ***(7 points)***



1. A l'échelle 1 / 1 000e :
120 m sont représentés par 120 : 1 000 = 0,12 m, soit 12 cm ;
de même, on obtient : 75 m sont représentés par 7,5 cm.

2. Calcul de JB
Les triangles JAB et JEX sont déterminés par :
* les droites (JE) et (JX) **sécantes** en J ;
* les droites **parallèles** (AB) et (EX) .

D'après le théorème de Thalès, les longueurs des côtés des triangles sont proportionnelles :

$\dfrac{JB}{JX} = \dfrac{JA}{JE} = \dfrac{AB}{EX}$. Je remplace : $\dfrac{JB}{75} = \dfrac{90}{120}$; d'où $\dfrac{JB}{75} \times 75 = \dfrac{90}{120} \times 75$, et JB = 56,25 m.

3. Les droites (JU) et (MD)

Les points E, D, J d'une part, et les points E, M, U d'autre part sont alignés dans le même ordre.

Je calcule : d'une part :

$$\frac{ED}{EJ} = \frac{EJ - JD}{EJ} = \frac{120 - 100}{120} = \frac{1}{6}$$

d'autre part :

$$\frac{EM}{EU} = \frac{12{,}5}{75} = \frac{1}{6}$$

Je compare : $\frac{ED}{EJ} = \frac{EM}{EU}$ ☺

Je conclus : **d'après la réciproque du théorème de Thalès**, (DM) // (JU).

Exercice 4 ***(3 points)*** Une chasse au trésor en Nouvelle-Calédonie :

– en Province Sud sont situées 7 balises, dont 4 avec une clé ;
– en Province Nord sont situées 5 balises, dont 3 avec une clé ;
– en Province des Îles sont situées 3 balises, dont 2 avec une clé.

1. L'équipe des Notous a découvert une balise en Province Nord.

La probabilité P_1 qu'une clé se trouve à l'intérieur est $P_1 = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{3}{5}$

2. L'équipe des Notous a bien trouvé une clé dans cette première balise. Ils découvrent une seconde balise en Province Nord. La probabilité P_2 qu'elle contienne une clé est

$$P_2 = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}} = \frac{3-1}{5-1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

3. L'équipe des Cagous a découvert deux balises dans la Province des Îles.

La probabilité P_3 que cette équipe ait trouvé au moins une clé est $P_3 = 1$,
car une seule balise ne renfermant pas de clé, l'évènement est certain.

Exercice 5 ***(9 points)***

1. ABC est un triangle. Son plus long côté est [CA].

Je calcule : d'une part :

$CA^2 = 10{,}01^2$

$CA^2 = 100{,}2001$

d'autre part :

$AB^2 + BC^2 = 7{,}99^2 + 6^2$

$AB^2 + BC^2 = 99{,}8401$

Je compare : $CA^2 \neq AB^2 + BC^2$

Je conclus : le triangle ABC n'est pas rectangle,
sinon d'après le théorème de Pythagore il y aurait égalité.

La phrase « Le triangle ABC tel que AB = 7,99 cm ; BC = 6 cm et CA = 10,01 cm est un triangle rectangle. » est fausse.

2. BIG est un triangle. Son plus long côté est [BI].

Je calcule : d'une part :

$BI^2 = 145^2$

$BI^2 = 21\ 025$

d'autre part :

$IG^2 + GB^2 = 143^2 + 24^2$

$IG^2 + GB^2 = 21\ 025$

Je compare : $BI^2 = IG^2 + GB^2$

Je conclus : d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle BIG est rectangle en G.

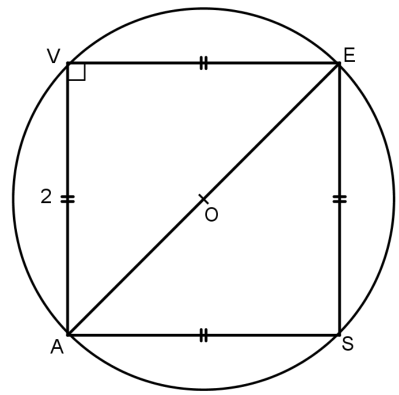
La phrase « Le triangle BIG tel que BI = 145 km ; IG = 143 km et GB = 24 km est un triangle rectangle. » est vraie.

3. Le numérateur et le dénominateur étant deux nombres pairs, on peut simplifier par 2.

La phrase « La fraction $\frac{123\ 456}{987\ 654}$ est irréductible. » est fausse.

4. Nous avons $610 = 61 \times 10$ et $427 = 61 \times 7$; les nombres 610 et 427 ont au moins deux diviseurs communs : 1 et 61. La phrase « 610 et 427 ont un seul diviseur commun. » est fausse.

5. 1 n'est pas un nombre premier, donc la phrase « Une décomposition en produit de nombres premiers du nombre 40 est $1 \times 2^3 \times 5$. » est fausse.



Exercice 6 ***(4 points)***

Représentons la table par un carré VASE,
et calculons la longueur de sa diagonale.
Le triangle VAE est rectangle en V.
D'après le théorème de Pythagore, $AE^2 = VA^2 + VE^2$.
$AE^2 = 2^2 + 2^2 = 8$
AE est une longueur, donc un nombre positif :
$AE = \sqrt{8}$ m
$AE \approx 2{,}83$ m (arrondi au cm), donc AE > 2,8 m : la longueur de la diagonale de la table est supérieure au diamètre de la nappe,
donc la nappe ne recouvre pas entièrement la table.

Exercice 7 ***(7 points)***

Programme A	Programme B	Programme C
Choisir un nombre de départ. Multiplier ce nombre par 2. Ajouter 11 au résultat. Multiplier le tout par 3. Écrire le résultat.	Choisir un nombre de départ. Soustraire 20 à ce nombre. Multiplier le résultat par – 3. Écrire le résultat.	Choisir un nombre de départ. Prendre le double de son carré. Ôter le triple du nombre de départ. Ajouter 10 au résultat. Écrire le résultat.

1. On choisit 4 comme nombre de départ.
   a. Avec A : $4 \to 2 \times 4 = 8 \to 8 + 11 = 19 \to 3 \times 19 = 57$. Le résultat obtenu est bien 57.
   b. Avec B : $4 \to 4 - 20 = -16 \to -16 \times (-3) = 48$. Le résultat obtenu est 48.

2. Fatou affirme : « Avec le programme A j'ai trouvé un résultat égal à mon nombre de départ. »
   Soit x le nombre de départ. On a : $(2 \times x + 11) \times 3 = x$
D'où $6x + 33 = x$, et $5x = -33$; finalement $x = -6{,}6$. Fatou a choisi le nombre – 6,6.

3. Alexia a construit une feuille de tableur, représentée ci-dessous, pour étudier ces programmes.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Nombre de départ	5	10	15	20	25	30
2	Programme A	63	93	123	153	183	213
3	Programme B	45	30	15	0	-15	-30
4	Programme C	45	180	415	750	1185	1720

   a. Quand on choisit 15, le programme C fournit le nombre 415.
   b. Dans la cellule B3 Alexia a pu saisir la formule = -3 * (B1 – 20) .
   c. Le nombre 5 fournit le même résultat avec les programmes B et C.
      Soit x le nombre de départ. On a : $-3(x - 20) = 2x^2 - 3x + 10$.
      D'où $-3x + 60 = 2x^2 - 3x + 10$, et $50 = 2x^2$; finalement $x^2 = 25$, et $x = 5$ ou $x = -5$.
      Les nombres – 5 et 5 fournissent le même résultat avec les programmes B et C.

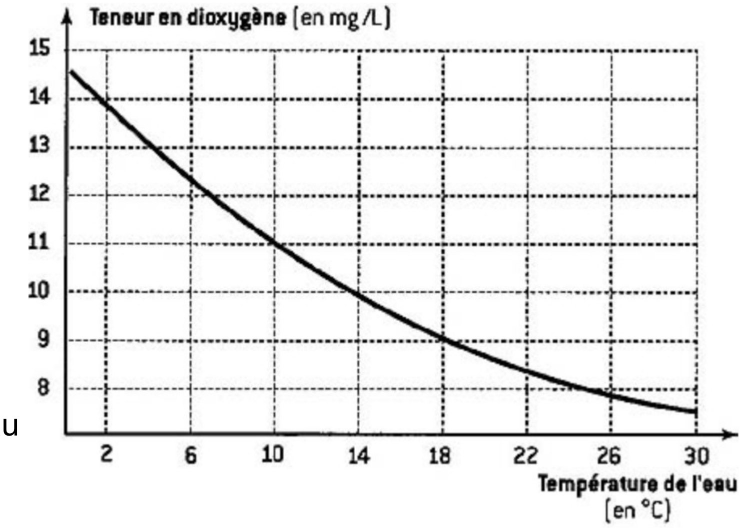
Exercice 8 ***(3 points)***

Thomas fait des pas de 0,7 mètre à un rythme de 5 pas toutes les 3 secondes.
En 12 secondes, Thomas avance donc de $0{,}7 \times 5 \times (12 : 3) =$ 14 m.

Mehdi, lui, fait des pas de 0,6 mètre au rythme de 7 pas en 4 secondes.
En 12 secondes, Mehdi avance donc de $0{,}6 \times 7 \times (12 : 4) =$ 12,6 m.

Thomas avance donc plus vite que Mehdi.

Exercice 9 ***(2,5 points)***



1. La teneur attendue en dioxygène quand la température est de 4°C est d'environ 13 mg / L .
2. Quand la teneur attendue en dioxygène est comprise entre 9 mg/L et 11 mg/L, la température minimale est d'environ 10°C et la température maximale est d'environ 18°C.
3. Le 13 janvier 2017, le SIAAP indiquait pour l'eau de la Seine une température de 5,8°C et une teneur en dioxygène de 12,9 mg/L.
   La teneur attendue en dioxygène quand la température est de 5,8°C est d'environ 12,3 mg / L ;
   la teneur relevée est légèrement supérieure à la température attendue.

Exercice 10 ***(2,5 points)***

1. Tous les mois, Aude Rivière commande deux cartons de 12 bouteilles de 1,5 L.
   Le prix des produits est de $2 \times 7{,}89 = 15{,}78$ € .

Il est inférieur à 20 €, donc il faut ajouter les frais de livraison.
La facture d'Aude s'élève à $2 \times 7{,}89 + 5 =$ 20,78 € .

2. Comparons les prix au litre pour les bouteilles de 1 L :

Désignation du produit	*Prix*	*Prix au litre*
Le carton de 12 bouteilles « Prestige » de 1L	8,99 €	8,99 : 12 ≈ 0,75 €
Le carton de 12 bouteilles « Bureau » de 1L	6,78 €	6,78 :12 = 0,565 €
Le pack de 6 bouteilles de 1 L	3,39 €	3,39 : 6 = 0,565 €
L' « easy pack » de 4 bouteilles de 1 L	2,79 €	2,79 : 4 = 0,6975 €

Pour prendre l'eau la moins chère au litre, Carl a le choix entre les cartons de 12 bouteilles « Bureau » de 1 L et/ou les packs de 6 bouteilles de 1 L.
Comme $6{,}78 \times 3 = 20{,}34$, Carl peut par exemple commander trois cartons de 12 bouteilles « Bureau » de 1 L.