

3^e

Brevet blanc – Mathématiques

Mardi 25 février 2020

Durée : 2 heures

L'usage de la calculatrice est autorisé.

Le sujet comporte six pages.

Les exercices sont indépendants et peuvent être traités dans n'importe quel ordre.

Sauf précision du contraire, TOUTES les réponses doivent être justifiées.

Toute trace de recherche, même inaboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.

Soin, présentation, orthographe, rédaction : 4 points

Note finale sur 100 points

Exercice 1 (9 points)

Une entreprise rembourse à ses employé·es le coût de leurs déplacements professionnels quand les employé·es utilisent leur véhicule personnel.

Le montant d'un remboursement, en €, est calculé ainsi :

$$\text{remboursement} = \text{forfait} + \text{distance} \times \text{indemnité par km}$$

Le montant du forfait comme le montant de l'indemnité kilométrique varient selon la longueur totale du trajet et sont donnés dans le tableau ci-contre.

Distance (en km)	Forfait	Indemnité par km
De 1 km à 16 km	0,778 1	0,194 4
De 17 km à 32 km	0,250 3	0,216 5
De 33 km à 64 km	2,070 6	0,159 7
De 65 km à 109 km	2,889 1	0,148 9
De 110 km à 149 km	4,086 4	0,142 5
De 150 km à 199 km	8,087 1	0,119 3
De 200 km à 300 km	7,757 7	0,120 9
De 301 km à 499 km	13,651 4	0,103 0
De 500 km à 799 km	18,444 9	0,092 1
De 800 km à 9 999 km	32,204 1	0,075 5

1. Vérifier que pour un trajet de 30 km, le remboursement est d'environ 6,75 €.

2. Dans le cadre de son travail, Claude effectue un déplacement Nantes – Paris.

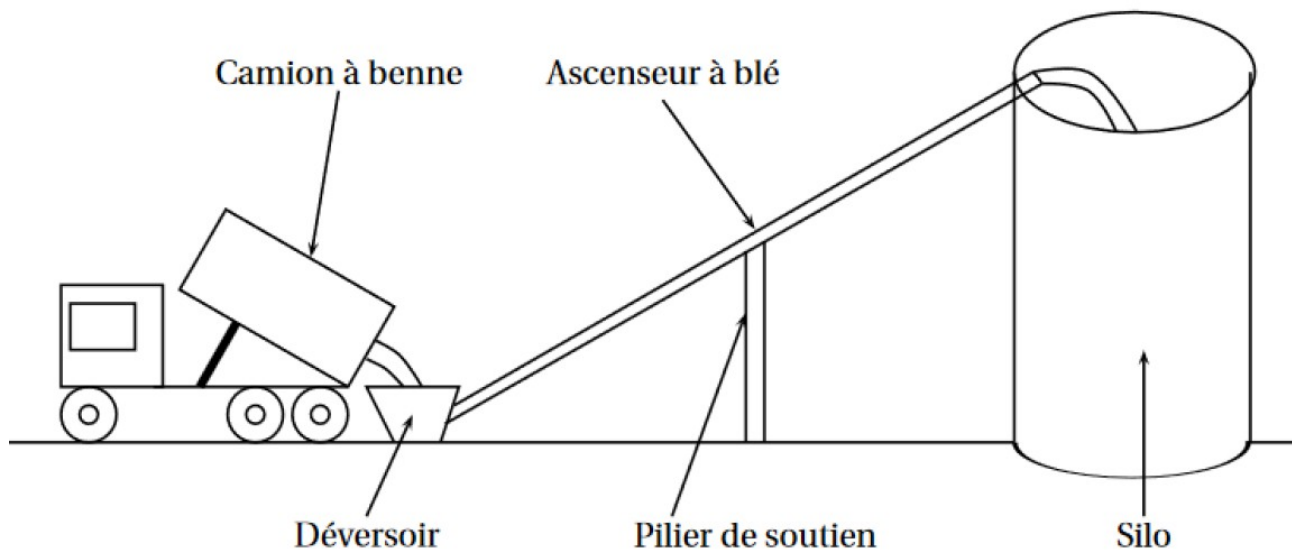
Une recherche sur Internet lui fournit les informations suivantes :

- distance Nantes – Paris : 386 km
- coût du péage entre Nantes et Paris : 37 €
- consommation moyenne de la voiture de Claude : 6,2 litres d'essence aux 100 km
- prix du litre d'essence : 1,52 €

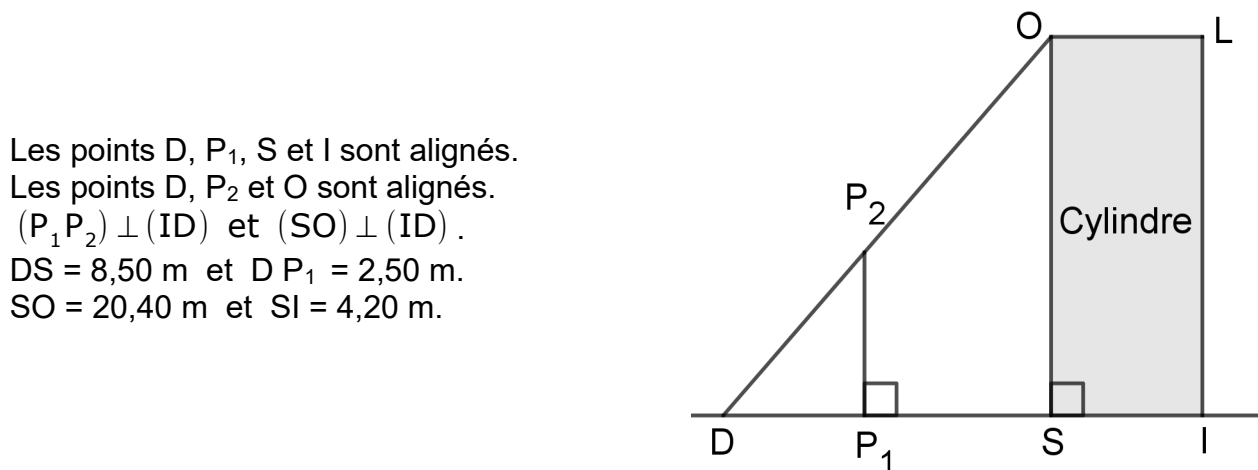
Le montant du remboursement sera-t-il suffisant pour couvrir les dépenses de Claude ?

Exercice 2 (18 points)

Un silo à grains permet de stocker des céréales. Un ascenseur permet d'acheminer le blé dans le silo. L'ascenseur est soutenu par un pilier.



On modélise l'installation par la figure ci-dessous qui n'est pas à l'échelle.



Les points D, P₁, S et I sont alignés.

Les points D, P₂ et O sont alignés.

$(P_1P_2) \perp (DI)$ et $(SO) \perp (DI)$.

DS = 8,50 m et DP₁ = 2,50 m.

SO = 20,40 m et SI = 4,20 m.

Les trois questions suivantes sont indépendantes.

1. Quelle est la longueur DO de l'ascenseur à blé ?

On donnera la valeur exacte et une mesure arrondie au centième.

2. Quelle est la hauteur P₁P₂ du pilier ?

3. Un mètre-cube de blé pèse environ 800 kg.

Quelle masse maximale de blé peut-on stocker dans le silo ?

On donnera la réponse à une tonne près.

Rappels

1 tonne = 1 000 kg

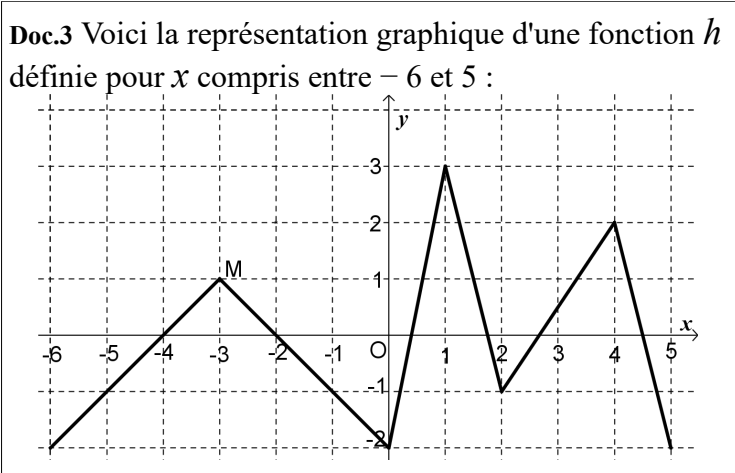
Volume d'un cylindre de rayon R et de hauteur h : $\pi \times R^2 \times h$

Exercice 3 (15 points) Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM).
 Pour chacune des questions, trois réponses sont proposées ; une seule est exacte.
 Pour chacune des questions, reporter sur la copie le numéro de la question et la lettre **A**, **B**, ou **C**
 correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
 Une réponse fautive ou une absence de réponse n'enlève aucun point.

Doc.1 f est la fonction définie par
 $f(x) : x \rightarrow 3x$

Doc.2
 Voici le tableau de valeurs
 d'une fonction g :

x	-2	-1	0	1	2
$g(x)$	-1	7	2	1	7



N°	QUESTIONS	A	B	C
1	(Doc.1) L'image de 6 par la fonction f est égale à :	2	18	36
2	(Doc.1) Par la fonction f , le nombre -12 admet :	0 antécédent	1 antécédent	2 antécédents
3	(Doc.1) On sait que P est un point de la représentation graphique de f . Ses coordonnées peuvent être :	(1 ; 31)	(3 ; 1)	(1 ; 3)
4	(Doc.2) L'image de -1 par la fonction g est :	-2	-1	7
5	(Doc.2) Par la fonction g , le nombre 2 a pour antécédent :	7	2	0
6	(Doc.3) Le point M a pour coordonnées :	(1 ; -3)	1 , -3	(-3 ; 1)
7	(Doc.3) L'image de 0 par la fonction h est égale à :	-4	-2	0 ; -2
8	(Doc.3) Par la fonction h , le nombre 0 admet :	0 antécédent	6 antécédents	2 antécédents
9	(Doc.3) Un antécédent du nombre 1 par la fonction h est	-1	3	-3
10	(Doc.3) Par la fonction h , le nombre 4	n'a pas d'antécédent	a pour antécédent 2	n'a pas d'image

Exercice 4 (15 points)

On donne le programme de calcul suivant :

Étape 1	Choisir un nombre de départ.
Étape 2	Ajouter 6 au nombre de départ.
Étape 3	Retraire 5 au nombre de départ.
Étape 4	Multiplier les résultats des étapes 2 et 3.
Étape 5	Ajouter 30 à ce produit.
Étape 6	Donner le résultat.

- 1.a.** Montrer que si le nombre choisi est 4, alors le résultat est 20.
b. Quel est le résultat quand on applique ce programme de calcul au nombre -3 ?
- 2.** Zoé remarque qu'un nombre de départ étant choisi, le résultat est égal à la somme de ce nombre et de son carré.
a. Vérifier qu'elle a raison quand le nombre choisi au départ vaut 4, et aussi quand on choisit -3 .
b. Ismaël décide d'utiliser un tableur pour tester l'affirmation de Zoé sur quelques exemples.

B6		=B1+B1^2				
	A	B	C	D	E	F
1	Étape 1	2	5	7	10	20
2	Étape 2	8	11	13	16	26
3	Étape 3	-3	0	2	5	15
4	Étape 4	-24	0	26	80	390
5	Étape 5 (résultat)	6	30	56	110	420
6	Somme du nombre de départ et de son carré	6	30	56	110	420

Il a écrit des formules en B2 et B3 pour exécuter automatiquement les étapes 2 et 3 du programme de calcul. Quelle formule à recopier vers la droite a-t-il écrite dans la cellule B4 pour exécuter l'étape 4 ?

- c.** Les résultats d'Ismaël sont-ils en contradiction avec la remarque de Zoé ?
d. Démontrer que pour tout nombre x choisi, le résultat du programme de calcul est bien $x^2 + x$.

Exercice 5 (14 points)

Pour colmater une fuite dans sa gouttière, Fred ressort son bel escabeau.

On donne :

$BD = 26 \text{ cm} ; \quad BE = 25 \text{ cm} ;$

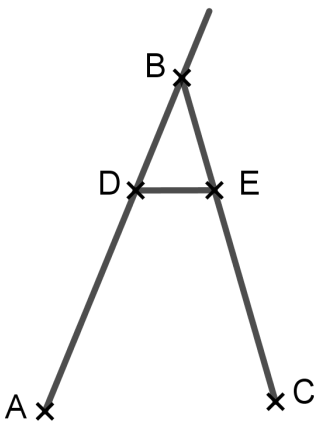
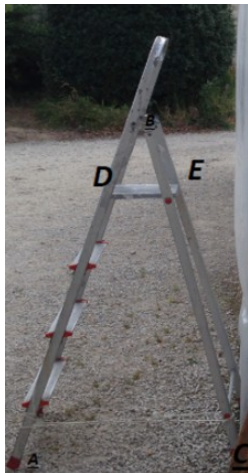
$DE = 22 \text{ cm} ; \quad EC = 85 \text{ cm} ;$

$BA = 1,20 \text{ m}.$

$D \in [BA]$ et $E \in [BC]$.





1. Tracer une figure à l'échelle 1:10 représentant la vue de profil schématisée ci-contre.


2. La droite (AC) est-elle parallèle à la droite (DE) ?

	
Schéma de la vue de profil Le schéma n'est pas à l'échelle.	Vue de profil de l'escabeau

Exercice 6 (9 points)

Voici les copies d'écran d'un programme qui permet d'obtenir une frise.


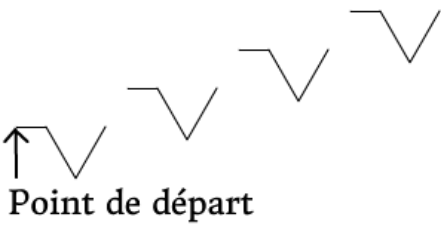
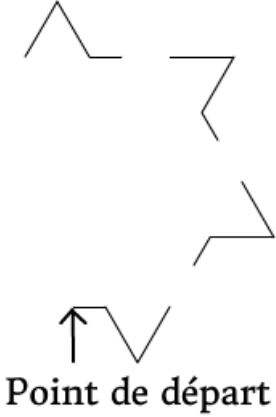
Script de la frise	Bloc motif	Pour information
		<p>L'instruction  signifie qu'on s'oriente en vue de se diriger vers la droite.</p>
<p style="text-align: center;">Point de départ</p> <p>Frise obtenue avec le script </p>		

1. Quelle distance le lutin a-t-il parcourue pour tracer un motif de la frise ?
2. On modifie le programme, dans cette question seulement :
 - on ne modifie pas le script de la frise ;
 - dans le bloc motif, on enlève l'instruction : .

Dessiner à main levée la frise obtenue avec ce nouveau programme.



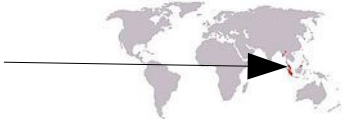
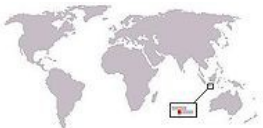

3. On utilise maintenant le bloc motif ci-dessous mais on ne change pas le script de la frise.

Laquelle des deux frises obtient-on à présent ? Expliquer pourquoi.

Bloc Motif modifié	Frise n°1	Frise n°2
	<p style="text-align: center;">Frise n°1</p> 	<p style="text-align: center;">Frise n°2</p> 

Exercice 7 (16 points) À ce jour, on ne dénombre plus que cinq espèces de rhinocéros.

<p>Rhinocéros blanc <i>Ceratotherium simum</i> 2 cornes  Longueur : 4 m Hauteur : 1,80 m Poids : 1400 à 3500 kg</p> 	<p>Rhinocéros noir <i>Diceros bicornis</i> 2 cornes  Longueur : 3,5 m Hauteur : 1,60 m Poids : 800 à 1500 kg</p> 	<p>Rhinocéros de Sumatra <i>Dicerorhinus sumatrensis</i> 2 cornes  Longueur : 3 à 3,80 m Hauteur : 1m à 1,50 m Poids : 800 à 2700 kg</p> 	<p>Rhinocéros de Java <i>Rhinoceros sondaicus</i> 1 corne  Longueur : 2 à 4 m Hauteur : 1,50 à 1,70 m Poids : 900 à 2300 kg</p> 	<p>Rhinocéros indien <i>Rhinoceros unicornis</i> 1 corne  Longueur : 4 m Hauteur : 1,75 à 2 m Poids : 1400 à 3500 kg</p> 
--	---	---	---	---

Espèce	Population sauvage	Population captive	Répartition
rhinocéros blanc	11 330	750	Afrique : Afrique australe, centrale et une minorité en Afrique de l'Ouest 
rhinocéros noir	3 610	250	Afrique : Afrique australe, Kenya et une poignée d'individus au Sénégal 
rhinocéros de Sumatra	250	9	Asie : Sumatra, Bornéo, péninsule malaise 
rhinocéros de Java	40	0	Asie : l'espèce ne subsiste plus que dans le Parc national d'Ujung Kulon. 
rhinocéros indien	2 500	150	Asie : Nord de l'Inde, Népal 

Sources : <https://www.manimalworld.net/pages/rhinoceros/> <https://whc.unesco.org/fr/list/608/>
 et <https://fr.wikipedia.org/wiki/Rhinoc%C3%A9ros>

1. Alix a commencé à remplir le tableau ci-dessous. Justifier ses résultats.

Nombre de rhinocéros	Une corne	Deux cornes	Total
Afrique			
Asie		259	
Total	2 690		18 889

2. Recopier et compléter le tableau, sans justifier.

3. Timo souhaite parrainer un rhinocéros qu'il choisirait au hasard.

Quelle est la probabilité qu'il s'agisse :

- d'un rhinocéros à une corne ?
- d'un rhinocéros d'Asie ?
- d'un rhinocéros d'Afrique à une corne ?

4. Fatou choisit au hasard un rhinocéros d'Asie.

Quelle est la probabilité qu'il s'agisse d'un rhinocéros à une corne ?

On donnera le résultat en pourcentage arrondi au dixième.