

Partie 1

Exercice 1

1. C. 21 2. A. 49 3. B. $\frac{47}{21}$ 4. C. $22 - 5\sqrt{2}$ 5. C. $2,008 \times 10^2$

Exercice 2

1) Par la méthode de l'algorithme d'Euclide si $a > b$ avec $a = b \times q + r$ alors $\text{PGCD}(a ; b) = \text{PGCD}(r ; b)$

$$882 = 392 \times 2 + 98$$

$$392 = 98 \times 4 + 0 \quad \text{donc PGCD}(882 ; 392) = 98$$

2) a) $\frac{392}{882} = \frac{98 \times 4}{98 \times 9} = \frac{4}{9}$

b) $2x^2 = 98$

$$x^2 = 49$$

$$x = 7 \text{ ou } x = -7 \quad \text{L'équation a pour solution } 7 \text{ et } -7. \quad S = \{7 ; -7\}$$

c) $A = \sqrt{392} - \sqrt{882}$

$$A = \sqrt{98 \times 4} - \sqrt{98 \times 9}$$

$$A = 2\sqrt{98} - 3\sqrt{98}$$

$$A = -\sqrt{98}$$

$$A = -\sqrt{49 \times 2}$$

$$A = -7\sqrt{2}$$

3) a) On remarque que : 9 est un diviseur de 882 et 4 est un diviseur de 392

Ou 9 est un diviseur de 882 et pas de 392

Donc on place les longueurs des carreaux sur la longueur de la salle et la largeur sur la largeur de la salle.

$$882 = 9 \times 98$$

$$392 = 4 \times 98 \quad \text{il faut donc } 98 \text{ carreaux sur une longueur et } 98 \text{ carreaux sur un largeur}$$

$$98 \times 98 = 9604 \quad \text{Donc il faut } 9604 \text{ carreaux en tout.}$$

b) Les carreaux sont vendus par paquets de 120. On divise donc 9604 par 120

$$9604 = 80 \times 120 + 4 \quad \text{Donc il faut donc } 81 \text{ boîtes.}$$

Partie 2

Exercice 1

1) Figure

2) Programme de construction :

Tracer au compas le triangle ABC avec $AB = 4 \text{ cm}$ $BC = 13 \text{ cm}$ et $AC = 12 \text{ cm}$

Prolonger les demi-droites [AC) et [BC).

Placer le point M sur [AC) tel que $CM = 2,4 \text{ cm}$ et le point N sur [BC) tel que $CN = 2,6 \text{ cm}$

Tracer le segment [MN]

3) Dans les triangles CMN et ABC

N,C,B sont alignés et M,C, A sont alignés dans le même ordre

$$\frac{CM}{CA} = \frac{2.4}{12} = \frac{24}{120} = \frac{1}{5} \quad \text{et} \quad \frac{CN}{CB} = \frac{2.6}{13} = \frac{26}{130} = \frac{1}{5} \quad \text{on remarque que} \quad \frac{CM}{CA} = \frac{CN}{CB}$$

donc d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (MN) sont parallèles.

Exercice 2

1) Figure

$$\begin{array}{ll} 2) \overrightarrow{AB} (x_B - x_A ; y_B - y_A) & \overrightarrow{DC} (x_C - x_D ; y_C - y_D) \\ \overrightarrow{AB} (5 - 2 ; 6 - 3) & \overrightarrow{DC} (7 - 4 ; 4 - 1) \\ \overrightarrow{AB} (3 ; 3) & \overrightarrow{DC} (3 ; 3) \end{array}$$

Deux vecteurs de même coordonnées sont égaux donc $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

Et puisque $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ alors ABCD est un parallélogramme.

$$\begin{array}{ll} 3) AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} & BD = \sqrt{(x_D - x_B)^2 + (y_D - y_B)^2} \\ AC = \sqrt{(7 - 2)^2 + (4 - 3)^2} & BD = \sqrt{(4 - 5)^2 + (1 - 6)^2} \\ AC = \sqrt{(5)^2 + (1)^2} & BD = \sqrt{(-1)^2 + (-5)^2} \\ AC = \sqrt{25 + 1} & BD = \sqrt{1 + 25} \\ AC = \sqrt{26} \text{ cm} & BD = \sqrt{26} \text{ cm} \end{array}$$

4) On remarque que $AC = BD$ et ABCD est un parallélogramme
Si un parallélogramme a ses diagonales de même longueur, alors c'est un rectangle;
donc ABCD est un rectangle.

5) * Le centre du cercle circonscrit à un rectangle est le milieu des diagonales.
Donc M est le milieu de [AC]

$$\text{donc } M \left(\frac{x_A + x_C}{2} ; \frac{y_A + y_C}{2} \right) \text{ c'est à dire } M \left(\frac{2 + 7}{2} ; \frac{3 + 4}{2} \right) \text{ d'où } M (4,5 ; 3,5)$$

* Le rayon est la moitié de la longueur de la diagonale [AC]

$$\text{Donc rayon} = \frac{\sqrt{26}}{2} \text{ cm}$$

Partie 3

Première épreuve

La tyrolienne forme un triangle rectangle avec l'horizontale, on peut donc utiliser les formules de trigonométrie.

$$\cos 5^\circ = \frac{AB}{70} \quad \text{donc } AB = 70 \times \cos 5 \quad AB \sim 69,73 \text{ m}$$

Deuxième épreuve

1) Dans le triangle BFC rectangle en B, d'après le théorème de Pythagore

$$\text{on a } FC^2 = BC^2 + BF^2$$

$$FC^2 = 400^2 + 300^2$$

$$FC^2 = 250000 \quad FC \text{ est une longueur donc } FC \text{ est un nombre positif}$$

$$FC = \sqrt{250000}$$

$$FC = 500 \text{ m}$$

2) Dans les triangles BCF et BGH

B, C, H sont alignés

B, F, G sont alignés

(FC) // (GH)

D'après le théorème de Thalès on a $\frac{BC}{BH} = \frac{BF}{BG} = \frac{FC}{GH}$ soit en remplaçant : $\frac{400}{1200} = \frac{300}{BG} = \frac{500}{GH}$

On utilise $\frac{400}{1200} = \frac{300}{BG}$ par produit en croix on obtient $BG = \frac{300 \times 1200}{400} = 900 \text{ m}$

Donc $FG = BG - BF = 900 - 300 = 600 \text{ m}$

3) On utilise $\frac{300}{BG} = \frac{500}{GH}$ et en remplaçant BG par 900 et par produit en croix on obtient

$$GH = \frac{500 \times 900}{300} = 1500 \text{ m}$$

ou en utilisant $\frac{400}{1200} = \frac{500}{GH}$ on obtient $GH = \frac{500 \times 1200}{400} = 1500 \text{ m}$

4) $70 + 5 + 400 + 500 + 600 + 1500 = 3075 \text{ m}$

5) L'élève parcourt 3075 m en 15 min. Or $1 \text{ h} = 4 \times 15 \text{ min}$

$3075 \times 4 = 12300$ donc 12300 m en 1 heure donc sa vitesse est de 12,3 km/h

Troisième épreuve

3075 correspond à un quart de la distance totale, $3075 \times 4 = 12300$ donc la distance totale est de 12300 m.

$$12300 - 3075 = 9225$$

Donc la distance de l'épreuve à vélo est 9225 m.

Ou en posant une équation :

Soit x la longueur du parcours à vélo on a :

$$x = \frac{3}{4}(x + 3075)$$

$$x = \frac{3}{4}x + \frac{3}{4} \times 3075$$

$$x - \frac{3}{4}x = \frac{3}{4} \times 3075$$

$$\frac{1}{4}x = 2306,25$$

$$x = 4 \times 2306,25$$

$$x = 9225$$

donc le parcours à vélo a une longueur de 9225 m

Interprétation graphique

1) 14 h

14 h10

2) 14 h15

1500 m

3) 15 h 20

Yvon étant parti après et arrivé en même temps, a mis moins de temps pour parcourir la distance.

Il est donc plus rapide que Zoé