Brevet des Collèges blanc 2009
Mathématiques

Les calculatrices sont autorisées.
1 point sera attribué à la présentation de la copie.

Partie 1 : ACTIVITES NUMERIQUES (14 points)

Exercice 1 :
On donne le programme de calcul suivant :

Choisir un nombre. a) Soustraire 5 au nombre choisi. b) Calculer le carré du résultat obtenu . c) Calculer l'inverse du résultat précédent. d) Multiplier par le double du nombre choisi au départ. Ecrire le résultat.

Toutes les étapes de calcul devront être écrites sur la copie.

1) Montrer que si on choisit le nombre 10, le résultat final est 0,8.
2) Calculer la valeur exacte du résultat et l'écrire sous forme d'une fraction irréductible lorsque le nombre choisi est -1.
3) En appelant x le nombre choisi, comment s'écrit le résultat final ?
   A quelle valeur de x ne peut-on pas appliquer ce programme ? Pourquoi ?

Exercice 2 : QCM

Cet exercice est un questionnaire à choix multiple.
Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, quatre réponses sont proposées. Une ou plusieurs sont exactes.
Indiquer sur la copie le numéro de la question et la ou les lettres qui correspondent aux réponses exactes.

Numéro de la question	Question	Réponse A	Réponse B	Réponse C	Réponse D
1	$5 \times 10^{-2} =$	-500	-0,05	0,05	5 x 0,01
2	$\frac{6}{-7} \div \frac{-66}{35}$	$\frac{-5}{11}$	$\frac{-11}{5}$	$\frac{-245}{396}$	$\frac{5}{11}$
3	Si $f(x) = 3x^2$ alors	f (1) = 3	f(2) = 12	f(3) = 81	f (-1) = 3
4	Les nombres premiers entre eux sont	15 et 25	13 et 15	26 et 33	47 et 27
5	Si f est une fonction telle que f (2) = 5, alors	2 est l'image de 5 par f	5 est l'image de 2 par f	2 est un antécédent de 5 par f	5 est un antécédent de 2 par f
6	Parmi les fonctions suivantes, les fonctions linéaires sont	f telle que $f(x)= -\frac{7}{3}x$	g telle que $g(x) = 3x^2$	h telle que h(x) = -0,5 x	k telle que k(x) = 3x + 2

Exercice 3 :
1) Calculer le PGCD de 1105 et 935.

2) Sophie a 1105 perles noires et 935 perles blanches.
Elle réalise des bracelets identiques en utilisant toutes ses perles.

Combien peut-elle réaliser de bracelets au maximum ?
Dans ce cas, si une perle noire coûte 0,25 € et une perle blanche 0,5 €, à combien lui revient un bracelet ?

Partie 2 : ACTIVITES GEOMETRIQUES (11,5 points)

Exercice 1 :
Toutes les longueurs sont exprimées en centimètres.

On considère le rectangle ABCD tel que
AB = 9 AD = 15
J est le point du segment [BC] tel que JC = 9,6
I est le point du segment [CD] tel que ID = 3,24

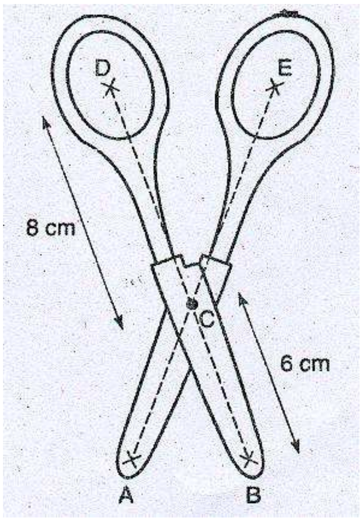
1) Les droites (IJ) et (BD) sont-elles parallèles ?

2) Calculer la longueur AJ arrondie au millimètre.

3) Calculer la mesure arrondie au degré de l'angle $\widehat{IAD}$.

4) E est le point du segment [BC] tel que $\widehat{BAE} = 38°$.
Calculer la longueur BE arrondie au millimètre.

Exercice 2 : J'examine une paire de ciseaux.



Les droites (DB) et (AE) se coupent en C.
Quelle que soit son ouverture, les droites (DE) et (AB) restent parallèles.
DC = EC = 8 cm
CB = CA = 6 cm

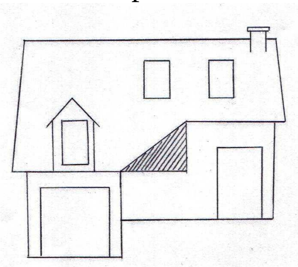
Lorsque je l'utilise, l'écartement DE maximal entre mes doigts est 12 cm.

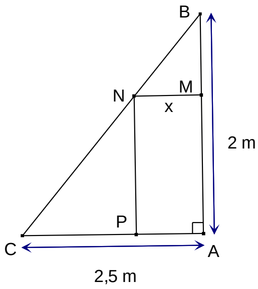
Quel est l'écartement AB maximal entre les deux lames ?

Partie 3 : **PROBLEME (13,5 points)**

La figure ci-contre est une vue d'une maison de style moderne.
Sur la partie *hachurée*, on veut placer une fenêtre représentée par le rectangle AMNP dans le triangle ABC.

Le but du problème est de déterminer les dimensions de la fenêtre ayant la plus grande aire.





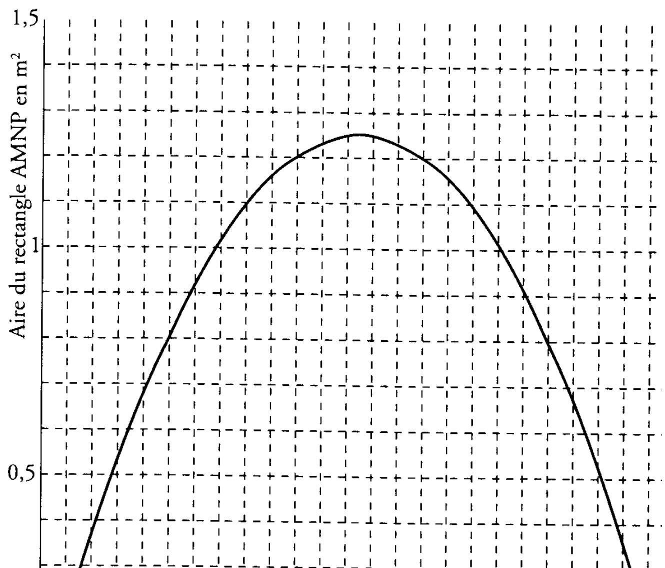
ABC est un triangle rectangle en A tel que :
AB = 2 m ; AC = 2,5 m.
N est sur [BC]
M est sur [AB] et (MN) est parallèle à (AC)
P est sur[AC] et (NP) est parallèle à (AB)
Toutes les distances seront exprimées en mètres.

On pose x = MN

1) En utilisant le théorème de Thalès, exprimer la distance BM en fonction de x.
En déduire que MA = 2 - 0,8 x

2) Soit f la fonction qui à un nombre x (compris entre 0 et 2,5) associe l'aire du rectangle AMNP en m².
   a) Ecrire $f(x)$ sous la forme d'un produit de deux facteurs puis montrer que $f(x)$ peut aussi s'écrire $f(x) = -0{,}8x^2 + 2x$
   b) Calculer $f(0{,}75)$.
   c) Calculer $f(1{,}5)$.
   d) Pour quelle valeur de x la fenêtre est-elle carrée ? Donner la valeur exacte puis son arrondi au centimètre.

3) Le graphique ci-dessous représente la fonction f.
Placer sur la courbe les points E et F correspondant aux calculs des questions 2 b) et 2 c).



4) Lire les antécédents de 1,2 par cette fonction f.
A quoi correspondent concrètement les réponses pour la maison ?

5) Pour des raisons d'esthétique, les dimensions de la fenêtre doivent respecter les conditions suivantes :
   - d'une part, la largeur MN doit être supérieure ou égale à 0,50 m ;
   - d'autre part, la hauteur MA doit être supérieure ou égale à 0,60 m.

Par le calcul, prouver que x doit alors vérifier :
$0{,}50 \leq x \leq 1{,}75$.

6) Par simple lecture du graphique (on fera apparaître les pointillés nécessaires) :
   a) Quelles sont les largeurs de fenêtre correspondant à une aire de 0,80 m^2 ? Pour ces largeurs, les conditions de la question 5) sont-elles vérifiées ?

   b) A quelle largeur correspond la fenêtre d'aire maximum ? Pour cette largeur, comparer l'aire de la fenêtre et l'aire du triangle ABC.